2. Exprimer pour un volume V quelconque de frontière S la formule d'Ostrogradski $\oint_S \overrightarrow{F}(M_S) \cdot d\overrightarrow{\sigma}(M_S) = \int_V div\overrightarrow{F}(M_V)dV$? Montrer qu'il est possible de calculer le volume V à partir d'une intégrale de surface à exprimer. Que représente cette intégrale de surface ?
3. Soit V le volume délimité par une surface fermée constituée d'un cône de révolution autour de l'axe Oz, de sommet O et de demi-angle au sommet $\theta_0 = 60°$, dont la base a la forme d'une calotte sphérique centrée en O.
Vérifier dans ce cas la formule d'Ostrogradski en justifiant toutes les étapes du calcul.

Exercice5

L'espace étant rapporté au repère cartésien $R = (O, xyz)$. Considèrons dans le système de coordonnées cylindriques le champ vectoriel $\overrightarrow{F}(M) = \frac{k}{\|\overrightarrow{OH}\|}(\overrightarrow{e}_\rho + \overrightarrow{e}_\varphi) + k\overrightarrow{e}_z$ (k est une constante et $\overrightarrow{OH}$ est la projection de $\overrightarrow{OM}$ dans le plan Oxy).

1. Montrer que $\overrightarrow{F}(M)$ dérive d'un potentiel vecteur que l'on désignera par $\overrightarrow{A}(M)$.
2. Donner l'expression générale de $\overrightarrow{A} = (A_\rho, A_\varphi, A_z)$ si les composantes A_ρ et A_φ ne dépendent pas de z avec A_φ inversement proportionnelle à ρ.